カウント30の必勝法を考えよう

数物情報科学科2年
チーム：秋桜

ルール

・2人で数字を１から順に言い合い
30を言った人が負け
・１人が一度に言える数字の数は３つまで

負けとなる数字をN、一度に言える数字の数をｋと置くと
無限通りのルールを作ることができます

必勝法

相手の言った数字の個数に合わせ、

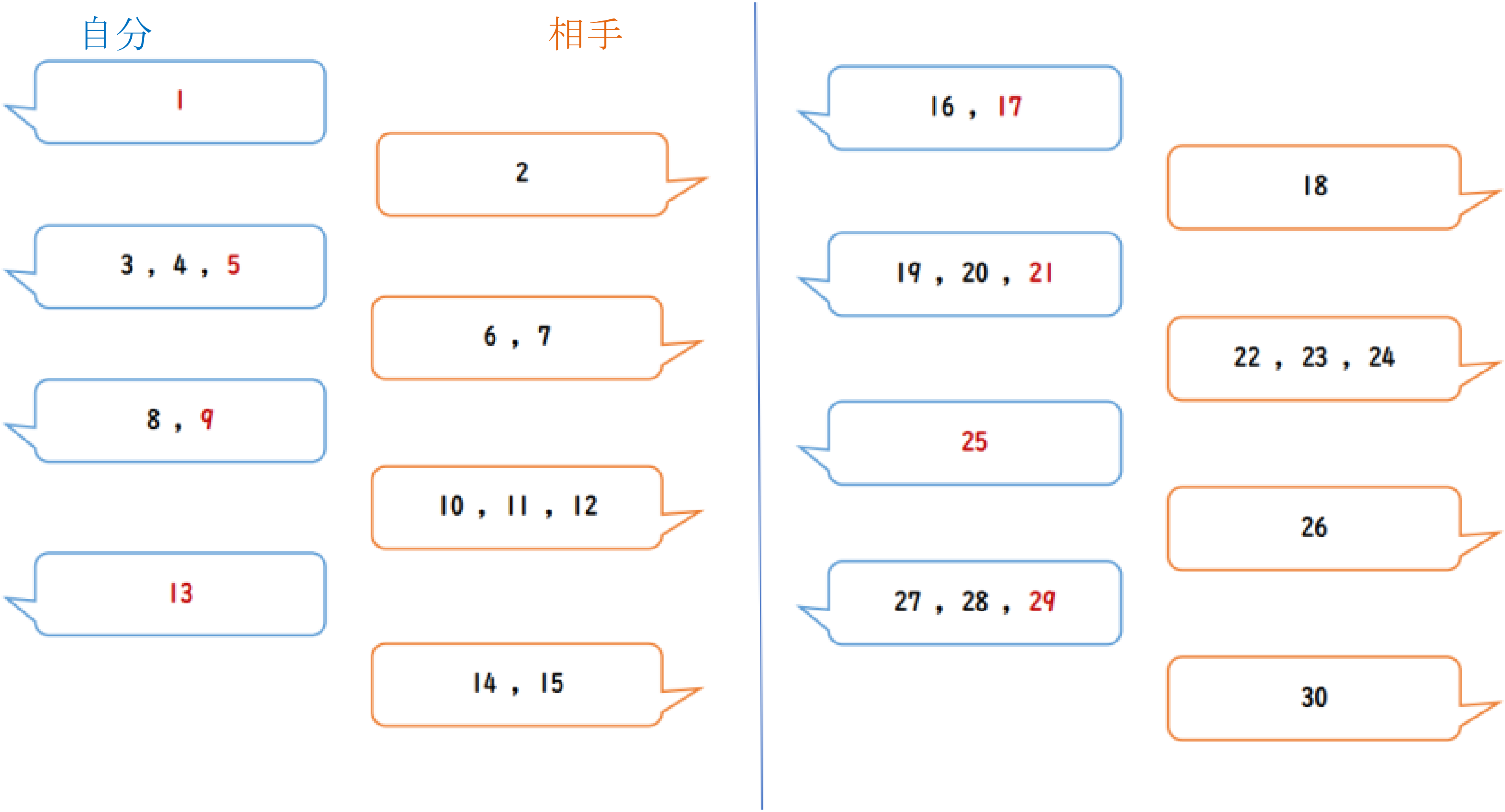
自分が言う数字の個数を

$$k - (\text{相手の言った数字の数}) + 1$$

とすると、

１ターンで必ず　$k + 1$　個数字を進められます。

このように、自分の言う数字数を相手の言った数字の数によって調整する



相手は N を言うと負けなので、自分は最後に $N-1$ を言えるように逆算して繰り返します。つまり、

$$\frac{N-1}{k+1}$$

を計算し、余りがあれば先攻が必勝、無ければ後攻が必勝となります。そして、

$$(k+1\text{の倍数})+\left(\frac{N-1}{k+1}\text{の余り}\right)$$

の値を順に最後に言い続けることが必勝法となります。

表１　必勝の分類（オレンジは先攻が必勝）

		１人が一度に言える数字の数								
		1~2	1~3	1~4	1~5	1~6	1~7	1~8	1~9	1~10
言ったら負けになる数字	5		後攻							
	6			後攻						
	7	後攻			後攻					
	8					後攻				
	9		後攻				後攻			
	10	後攻						後攻		
	30									
	49	後攻	後攻			後攻				
	50				後攻					

表２　必勝となる為に自分が言う数字

N＼K	1~2	1~3	1~4	1~5	1~6	1~7	1~8
5	3の倍数＋1	4の倍数	5の倍数＋4				
6	3の倍数＋2	4の倍数＋1	5の倍数	6の倍数＋5			
7	3の倍数	4の倍数＋2	5の倍数＋1	6の倍数	7の倍数＋6		
8	3の倍数＋1	4の倍数＋3	5の倍数＋2	6の倍数＋1	7の倍数	8の倍数＋7	
9	3の倍数＋2	4の倍数	5の倍数＋3	6の倍数＋2	7の倍数＋1	8の倍数	9の倍数＋8
10	3の倍数	4の倍数＋1	5の倍数＋4	6の倍数＋3	7の倍数＋2	8の倍数＋1	9の倍数
30	3の倍数＋2	4の倍数＋1	5の倍数＋4	6の倍数＋5	7の倍数＋1	8の倍数＋5	9の倍数＋2
49	3の倍数	4の倍数	5の倍数＋3	6の倍数＋5	7の倍数	8の倍数＋1	9の倍数＋3
50	3の倍数＋1	4の倍数＋1	5の倍数＋4	6の倍数	7の倍数＋1	8の倍数＋2	9の倍数＋4

３人で行うカウントNの必勝法を考える

以下のルールを追加し、３人の場合について考えます。

・自分は周りより頭が良く、先の結果を考えて
自分のターンをより有利にできる

・自分の番で次の人を負けさせられる場合は
必ずその数まで言う

このルールをふまえ、

１人３つまで言える場合で自分を一番手①、２番手を ②、３番手を③として、Ｎ＝ 5から順にゲームの勝敗を調べていくと、

次の表のようになります。これより、

Ｎ＝ 10 ~ Ｎ＝ 15の勝敗がＮ＝ 16以降繰り返されていることが分かります。

表３　３人での勝敗パターン

5	③が負ける
6	③が負ける
7	③が負ける
8	①が負ける
9	②が負ける
10	②か③が負ける
11	②か③が負ける
12	③が負ける
13	①か③が負ける

14	誰でも負ける
15	①か②が負ける
16	②か③が負ける
17	②か③が負ける
18	③が負ける
19	①か③が負ける
20	誰でも負ける
21	②が負ける
22	②か③が負ける

23	②か③が負ける
24	③が負ける
25	①か③が負ける
26	誰でも負ける
27	②が負ける
28	②か③が負ける
29	②か③が負ける
30	③が負ける

つまり、Ｎの値による勝敗は予測でき、
逆算していくと自分が
「言ったら勝ちとなる数字」と
「言ったら負けとなる数字」
を書き出すことができます。
残りの数字の数から逆算すると、

「3，4，9，10，15，16，21，22，26，27，28， 29」

を自分が最後に言えれば勝率が上がり、

「5，6，12，18，24」

を自分が最後に言うと

負ける可能性が高まるということになります。

まとめ

2人の時は $(k+1\text{の倍数})+\left(\frac{N-1}{k+1}\text{の余り}\right)$ を最後に言い続けることが必勝法となります。また、3人の $k=3$ では法則性が見つかりましたが、3人の場合相手2人のどちらかが負けとなる時が自分の勝ちであり、1ターンで進む数字の数を一定にすることができないので、「言ったら勝ちとなる数字」を順にすべて言うことはできませんが、できる限り言うことが勝つ方法となります。

感想

　今回この研究をしてみて、身近にあるゲームも数学的に考えると面白い面が多くあることを知りました。このゲームは特に道具を一切使わずにできるものなので、必勝法を知っているだけでどんな人にも勝てるようになると思います。また、よく知られる２人の場合だけではなく３人の場合についても考えることで、このゲームの数学的な性質を考えることができました。