

解析 I 演習の問題 (その 1)

加法定理

$$\begin{aligned}\sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ \tan(\alpha + \beta) &= \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}\end{aligned}$$

練習 12 加法定理を用いて、次の公式を確かめよ.

(1) $\tan(\pi - \theta) = -\tan \theta$

(2) $\tan(\theta + \pi) = \tan \theta$

(3) $\tan((\pi/2) - \theta) = \frac{1}{\tan \theta}$

(サイン・コサインの加法定理かタンジェントの定義を使う)

練習 14 三倍角の公式を示せ.

(1) $\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$

(2) $\cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$

三角関数の合成

$$a \sin \theta + b \cos \theta = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\theta + \alpha)$$

ただし,

$$\cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad \sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

練習 16

(1) $\sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta$

(2) $\sin \theta - \cos \theta$

(3) $\sin \theta - \sqrt{3} \cos \theta$

(4) $2 \sin \theta + 2 \cos \theta$

指数の法則

$a \neq 0, b \neq 0$ で, m, n が整数のとき,

$$\text{I} \quad a^m a^n = a^{m+n}$$

$$\text{II} \quad (a^m)^n = a^{mn}$$

$$\text{III} \quad (ab)^n = a^n b^n$$

練習 19 指数の法則 I, II, III をどのような使うかを明示しつつ次の式を示せ.

$$(1) \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad (2) \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$a^{\frac{q}{p}}$ の定義

$a > 0$ のとき,

$$a^{\frac{q}{p}} = {}^p\sqrt{a^q}$$

ただし, p, q は整数で $p > 0$

練習 20 次の数はいくつか.

$$(1) 32^{\frac{1}{5}} \quad (2) 27^{-\frac{1}{3}} \quad (3) 64^{-\frac{2}{3}} \quad (4) 8^{-\frac{4}{3}}$$

練習 22, 24 次の関数のグラフを描け.

$$(1) \quad y = \log_3 x \quad (x > 0) \quad (2) \quad y = \log_{\frac{1}{3}} x \quad (x > 0) \quad (3) \quad y = \sqrt{2x-4} \quad (x \geq 2)$$