

媒介変数で表現される関数の微分と積分

$$\begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases} \quad \text{のとき,} \quad \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{g'(t)}{f'(t)}$$

また

$$F(x) = \int y \, dx = \int g(f^{-1}(x)) \, dx = \int g(t) \frac{dx}{dt} \, dt = \int g(t) f'(t) \, dt$$

練習 36, 37 t を媒介変数として表される次の関数について, $\frac{dy}{dx}$ を求めよ.

$$(1) \begin{cases} x = t + 2 \\ y = t^2 + 1 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} x = t + 1 \\ y = \sqrt{1 - t^2} \end{cases} \quad (3) \begin{cases} x = a \cos t \\ y = b \sin t \end{cases} \quad (4) \begin{cases} x = \cos 2t \\ y = \sin t \end{cases}$$

練習 38 (1) $\begin{cases} x = \cos 2t \\ y = \sin t \sin 2t \end{cases}$ のとき, $F(x) = \int y \, dx$ を t を用いて表せ.

(2) $\begin{cases} x = \sin 2t \\ y = \cos t \end{cases}$ のとき, $F(x) = \int y \, dx$ を t を用いて表せ.