2005 年 5 月 24 日（今野）

5 月 10 日出題のレポートのコメント

<u>問 1(3)</u>　$y = \dfrac{x+7}{x+1} = \dfrac{6}{x+1} + 1$ より漸近線は $x = -1$, $y = 1$ となる．定義域は $0 \leq x \leq 2$ より値域は $3 \leq y \leq 7$ になる．逆関数を求めるために x について解けば，

$$\begin{aligned} y = \frac{6}{x+1} + 1 \quad &\Longleftrightarrow \quad y - 1 = \frac{6}{x+1} \\ &\Longleftrightarrow \quad \frac{1}{y-1} = \frac{x+1}{6} \qquad (3 \leq y \leq 7 \text{ より } y - 1 \neq 0) \\ &\Longleftrightarrow \quad \frac{6}{y-1} = x + 1 \\ &\Longleftrightarrow \quad x = \frac{6}{y-1} - 1 \end{aligned}$$

ここで，x と y を入れ替えると逆関数は

$$y = \frac{6}{x-1} - 1 \qquad (3 \leq x \leq 7)$$

を得る．逆関数の値域は $0 \leq y \leq 2$ である．

<u>問 1(4)</u>　$y = x^2\,(x \leq 0)$ より値域は $[0, \infty)$ となる．したがって，逆関数の定義域は $[0, \infty)$ で値域は $(-\infty, 0)$ となる．

$$\begin{aligned} y = x^2 \quad &\Longleftrightarrow \quad \sqrt{y} = \sqrt{x^2} = |x| \\ &\Longleftrightarrow \quad \sqrt{y} = -x \qquad (x \leq 07 \text{ より } |x| = -x) \\ &\Longleftrightarrow \quad x = -\sqrt{y} \end{aligned}$$

ここで，x と y を入れ替えると逆関数は

$$y = -\sqrt{x} \qquad (x \geq 0)$$

を得る．

<u>問 1(7)</u>　$y = x^3$ の定義域を $[0, \infty)$ に制限して考える．すると値域は $[0, \infty)$ となるので，定義域を制限したものの逆関数の定義域と値域は $[0, \infty)$ となる．

$$y = x^3 \quad \Longleftrightarrow \quad y^{1/3} = x$$

ここで，x と y を入れ替えると逆関数は

$$y = x^{1/3} \qquad (x \geq 0)$$

　つぎに，$y = x^3$ の定義域を $(-\infty, 0)$ に制限して考える．すると値域は $(-\infty, 0)$ となるので，定義域を制限したものの逆関数の定義域と値域は $(-\infty, 0)$ となる．

$$y = x^3 \quad \Longleftrightarrow \quad -(-y)^{1/3} = x$$

ここで，x と y を入れ替えると逆関数は

$$y = -(-x)^{1/3} \qquad (x < 0)$$

問 1(8)　$y = 2^{x-1}$ の定義域は $(-\infty, infty)$ で値域は $(0, \infty)$ となる．したがって，逆関数の定義域は $(0, \infty)$，値域は $(-\infty, \infty)$.

$$\begin{aligned} y = 2^{x-1} \quad &\Longleftrightarrow \quad \log y = \log\{2^{x-1}\} \\ &\Longleftrightarrow \quad \log y = (x-1)\log 2 \\ &\Longleftrightarrow \quad x - 1 = \frac{\log y}{\log 2} \\ &\Longleftrightarrow \quad x = \frac{\log y}{\log 2} + 1 \end{aligned}$$

ここで，x と y を入れ替えると逆関数は

$$y = \frac{\log x}{\log 2} + 1 = \log_2 x + 1 \qquad (x > 0)$$

問 1(9)　$y = \log x - 1$ の定義域は $(0, \infty)$ で値域は $(-\infty, \infty)$ となるので，逆関数の定義域は $(-\infty, \infty)$，定義域は $(0, \infty)$ となる．

$$\begin{aligned} y = \log x - 1 \quad &\Longleftrightarrow \quad y + 1 = \log x \\ &\Longleftrightarrow \quad e^{y+1} = x \end{aligned}$$

ここで，x と y を入れ替えると逆関数は

$$y = e^{x+1} \qquad (-\infty < x < \infty)$$