

目次

はじめに	vii
第0章 なぜ経験過程理論を学ぶか	1
0.1 なぜ経験分布理論を学ぶか	1
第1章 準備: 確率空間・事象・確率変数・分布・期待値	5
1.1 記号と定義	5
1.2 確率と確率変数の定義	5
1.3 事象, 部分 σ 集合族, 確率変数列の独立性	8
1.4 期待値の定義	10
1.4.1 期待値の定義	10
1.4.2 期待値の不等式	14
1.4.3 収束定理	17
1.5 条件付き期待値の定義とその基本的性質	19
1.6 証明	23
1.6.1 補題 1.5 の証明	23
1.6.2 定理 1.22 の証明	25
1.6.3 命題 1.23 の証明	26
1.6.4 定理 1.31 の証明	27
1.6.5 定理 1.35 の証明	27
1.6.6 定理 1.37 の証明	28
1.6.7 定理 1.45 の証明	29
第2章 確率変数列の収束	31
2.1 確率変数列の収束	31
2.2 一様可積分性	32
2.3 Slutsky の定理	33
2.4 証明	34
2.4.1 定理 2.2 の証明	34
2.4.2 定理 2.3 の証明	36
2.4.3 命題 2.5 の証明	37
2.4.4 定理 2.6 の証明	37
2.4.5 定理 2.7 の証明	38

2.4.6	定理 2.8 の証明	41
2.4.7	命題 2.9 の証明	42
第 3 章	累積分布関数	43
3.1	累積分布関数の定義	43
3.2	有界右連続関数のなす空間	45
3.3	証明	45
3.3.1	定理 3.3 の証明	45
3.3.2	補題 3.5 の証明	46
3.3.3	命題 3.8 の証明	46
3.3.4	命題 3.9 の証明	47
第 4 章	大数の強法則と中心極限定理	49
4.1	大数の弱法則と強法則	49
4.2	中心極限定理	51
4.3	デルタ法	53
4.4	証明	54
4.4.1	定理 4.1 の証明	54
4.4.2	補題 4.2 の証明	57
4.4.3	定理 4.3 の証明	58
4.4.4	定理 4.6 の証明	59
4.4.5	定理 4.8 の証明	63
第 5 章	確率集中不等式	65
5.1	Chernoff 限界	65
5.1.1	基本原理	65
5.1.2	例	67
5.1.3	劣 Gauss と劣 Gamma 確率変数	68
5.1.4	Hoeffding の不等式	73
5.1.5	Bennett の不等式	75
5.2	分散不等式	78
5.2.1	Efron-Stein の不等式	78
5.3	Orlicz ノルム	80
5.3.1	$\Phi_2(x) = e^{x^2} - 1$ の場合	85
第 6 章	経験過程の収束	91
6.1	導入	91
6.1.1	$\sup$ の可測性についての注意	91
6.2	経験過程の例	92
6.2.1	教育と雇用	92
6.2.2	Kullback-Leibler 偏差	94

6.3	計量エントロピー, 被覆数と ϵ 網	95
6.3.1	関数族のエントロピー	96
6.3.2	ϵ 網	97
6.4	括弧付きエントロピーによる Glivenko-Cantelli 族の定理	98
6.5	エントロピーによる Glivenko-Cantelli 族の定理	99
6.5.1	対称化トリック	99
6.5.2	定理 6.18 の証明	105
6.6	VC 集合族	111
6.7	VC 関数族	114
第 7 章	一様中心極限定理	119
7.1	距離空間における弱収束の定義と性質	119
7.2	$\mathbb{R}^p$ 値確率変数列に対する中心極限定理	121
7.3	ドンスカー型中心極限定理	122
7.4	Donsker 族	124
第 8 章	M 推定法	127
8.1	M 推定量とは	127
8.2	M 推定量の一致性	128
8.3	漸近正規性	133
8.4	M 推定量の漸近正規性のための強い十分条件	134
8.5	M 推定量の漸近正規性のためのより弱い十分条件	138
第 9 章	Peeling 議論	141
9.1	第一の方法	141
9.2	第二の方法	144
第 10 章	モデル選択	145
10.1		145
第 A 章	補遺	147
A.1	Dynkin の定理	147
A.1.1	Dynkin の定理の応用例	152
A.1.2	文献についての注釈	159
A.2	Radon-Nikodym の定理と条件付き期待値	159
A.3	補遺: 条件付き期待値の性質	164
A.4	Shannon エントロピーと Kullback-Leibler 偏差	168
A.5	直積空間のエントロピーと連鎖律	171
A.6	凸関数とその性質	173
A.7	共役関数と Young の不等式	181
A.8	距離空間とノルム空間	186