No.3

ヘフディング条件をみたすので，系8.3より

各 $x \in \mathbb{R}$ に対して，

$$\mathbb{P}\left(|\hat{F}_n(x) - F(x)| \geq \sqrt{\frac{2t}{n}} \right) \leq 2e^{-t} \quad (t>0). \quad (a)$$

いま，$0<\delta<1$ に対して，

$-\infty = a_0 < a_1 < \cdots < a_N = \infty$ を

$$F(a_j) - F(a_{j-1}) = \delta \quad (j=1,\ldots,N)$$

となるように用える．すると

$$N \leq 1 + \frac{1}{\delta}$$

となる．

$x \in (a_{j-1}, a_j]\ (j=1,\dots,N)$ に対して　　No. 4

$$\sup_{x\in\mathbb{R}} |\hat{F}_n(x) - F(x)| \le \max_{1\le j\le N} |\hat{F}_n(a_j) - F(a_j)| + \delta.$$

(b)

系 8.4 より，$t>0$ に対し，

$$\mathbb{P}\left(\max_{1\le j\le N} |\hat{F}_n(a_j) - F(a_j)| \ge \sqrt{\frac{2(t+\log N)}{n}} \right) \le 2e^{-t}$$

(c)

ここで，

$$t = \frac{n\delta^2}{4}$$

とし，n を十分大きく取ると

$$n \ge \frac{4}{\delta^2} \log N \Rightarrow \sqrt{\frac{2(t+\log N)}{n}} \le \delta.$$

そして，$\mathcal{G}$ のブラケット付き被覆数を

$$N_B(\delta, \mathcal{G}, \|\cdot\|_{L^p(P)}) := \min\{N ; \{[g_j^L, g_j^U]\}_{j=1}^N \text{ は}$$

函数族 $\mathcal{G}$ の δ ブラケット集合 $\}$.

で定める．ブラケット付き計量エントロピーを

$$H_B(\delta, \mathcal{G}, \|\cdot\|_{L^p(P)}) = \log N_B(\delta, \mathcal{G}, \|\cdot\|_{L^p(P)}).$$

<u>注意 9.3</u>　$p \geq 1$ と $\delta > 0$ に対して

$$H_B(\delta, \mathcal{G}, \|\cdot\|_{L^p(P)}) \leq H_B(2\delta, \mathcal{G}, \|\cdot\|_\infty) \qquad \|\cdot\|_{L^\infty}$$

$\because$) $\|g_j^U - g_j^L\|_{L^p(P)} \leq 2\|g\|_\infty$.

例9.3 $p \geq 1$ とする.

$$\mathcal{G} = \{ \mathbb{R} \ni t \mapsto \mathbb{1}_{(-\infty, r]}(t) \in \{0, 1\} ; r \in \mathbb{R} \}$$

とする. このとき, $0 \leq \delta < 1$ に対し

$$H_B(\delta, \mathcal{G}, \|\cdot\|_{L^p(P)}) \leq p \log\left(1 + \frac{1}{\delta}\right).$$

また, $0 < \delta < 1$ に対し

$$H_B(\delta, \mathcal{G}, \|\cdot\|_{\infty}) = \infty.$$

No.20

定理 11.1: $K > 0$ として,

$$\|g\|_\infty < K \quad (\forall g \in \mathcal{G})$$

とする. さらに, $\delta > 0$ に対して,

$$\frac{1}{n} H_B(\delta, \mathcal{G}, \|\cdot\|_{L^p(P_n)}) \xrightarrow{P} 0 \quad (n \to \infty).$$

このとき,

$$\|P_n - P\|_{\mathcal{G}} = \sup_{g \in \mathcal{G}} |(P_n - P)g| \xrightarrow{P} 0 \quad (n \to \infty).$$