

2013 年 9 月 24 日

教養科目「統計学」講義レジュメ (今野)

1. Σ の記号の定義 Σ の記号は

$$\sum_{i=1}^n x_i = x_1 + x_2 + \cdots + x_n$$

のように用いる. すなわち, x_i の添字 "i" を Σ の上下に表示した範囲内でひとつひとつ動かし和をとる. たとえば, x_2 から x_6 までの和ならば,

$$\sum_{i=2}^6 x_i$$

と書けばよい. a を定数とする. すなわち, Σ の記号で指定された添え字を動かしてもその値がわからないものである. すると,

$$\sum_{i=1}^n a = \underbrace{a + a + \cdots + a}_{n \text{ 個}} = na$$

になることに注意せよ. また, Σ の記号の基本的な性質として,

$$\text{性質 1 : } \sum_{i=1}^n ax_i = a \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\text{性質 2 : } \sum_{i=1}^n (x_i + y_i) = \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n y_i$$

$$\text{性質 3 : } \sum_{i=1}^n (x_i + a) = \sum_{i=1}^n x_i + na$$

がある.

n 個のデータを $x_1, x_2, \dots, x_n$ とする. 算術平均は

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

と書ける. また, 基本性質より,

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = \sum_{i=1}^n x_i - n\bar{x} = n\bar{x} - n\bar{x} = 0$$

となる. また, 和の記号の基本的な性質を使えば, このデータから**平方和** $S = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ を簡便に求

めるための公式¹

$$S = \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n}$$

が導出できる．上記式の右辺の1項目と2項目の $\sum$ は

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n x_i^2 &= x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2 \\ \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 &= (x_1 + x_2 + \cdots + x_n)^2 \end{aligned}$$

の意味であることに注意せよ．

2. ギリシャ文字について

区別しにくい文字	
γ (ガンマ) と r (アール)	γ (ガンマ) は左のひさしを大きくする. r (アール) は右のひさしをおおきくする.
μ (ミュー) と ν (ニュー)	μ (ミュー) は左の縦棒をすこし下からのぼす. ν (ニュー) は下を尖らす.
ρ (ロー) と p (ピー)	ρ (ロー) は全体的に丸く書く.
σ (シグマ) と δ (デルタ)	σ (シグマ) は上の横棒を短く止める.
θ (シータ)	
χ (カイ) と x (エックス)	χ (カイ) は右上から左したの線を直線にする. x (エックス) は左部分と右部分を丸く書く.
ϕ (ファイ)	
ω (オメガ) と w (ダブルユ)	ω (オメガ) は上の両端を内側に丸める.

¹これは基本性質を用いてしめすことができる。

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 &= \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 2\bar{x}x_i + (\bar{x})^2) = \sum_{i=1}^n x_i^2 - \sum_{i=1}^n 2\bar{x}x_i + \sum_{i=1}^n (\bar{x})^2 \\ &= \sum_{i=1}^n x_i^2 - 2\bar{x} \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n (\bar{x})^2 = \sum_{i=1}^n x_i^2 - 2\bar{x}(n\bar{x}) + n(\bar{x})^2 \\ &= \sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2 \end{aligned}$$