

統計解析演習の問題 (その 5)

**問題 25** 確率変数  $X$  は確率密度関数

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & -1 < x < 1, \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases}$$

を持つとする .

- (i)  $X$  の分布関数を求め , そのグラフを描け .
- (ii)  $\mathbb{E}[X]$  と  $\mathbb{E}[X^2]$  および  $\text{VAR}[X]$  を求めよ .
- (iii)  $Y = X^2$  としたとき ,  $Y$  の確率密度関数  $f_Y(y)$  を求めよ . さらに ,

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_Y(y) dy = 1$$

を確認せよ .

- (iv)  $\mathbb{E}[Y]$  を  $Y$  の確率密度関数を用いて計算せよ .

**問題 26** 確率変数  $X$  は確率密度関数

$$f_X(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0, \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases}$$

を持つとする .

- (i)  $X$  の分布関数を求め , そのグラフを描け .
- (ii)  $\mathbb{E}[X]$  と  $\mathbb{E}[X^2]$  および  $\text{VAR}[X]$  を求めよ .
- (iii)  $Y = X^3$  としたとき ,  $Y$  の分布関数を求めよ .
- (iv)  $Y$  の確率密度関数を (iii) で求めた分布関数を微分することで求めよ .
- (v)  $Y$  の確率密度関数を命題 1.8 を用いて求めよ .
- (vi)  $Z = \log X$  としたとき ,  $Z$  の分布関数を求めよ .
- (vii)  $Z$  の確率密度関数を (vi) で求めた分布関数を微分することで求めよ .
- (viii)  $Z$  の確率密度関数を命題 1.8 を用いて求めよ .
- (ix)  $W = e^X$  としたとき ,  $W$  の分布関数を求めよ .
- (x)  $W$  の確率密度関数を (ix) で求めた分布関数を微分することで求めよ .

(xi)  $W$  の確率密度関数を命題 1.8 を用いて求めよ .

**問題 27** 離散型確率変数  $X$  は確率関数

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{6}, & x = 1, 2, 3, 4, 5, 6, \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases}$$

を持つとし ,  $Y = (X - 3)^2$  とおく .

(i)  $\mathbb{E}[X]$  と  $\mathbb{E}[X^2]$  を求めよ .

(ii)  $Y$  の確率関数  $f_Y(y)$  を求めよ . さらに

$$\sum_y f_Y(y) = 1$$

を確認せよ .

(iii)  $\mathbb{E}[Y]$  を (ii) で求めた  $Y$  の確率関数を利用して求めよ .

(iv)  $\mathbb{E}[Y]$  を期待値の性質と (i) で求めた  $X$  の 2 次までの積率を利用して求めよ .