

統計解析のレポート問題 (その 1)

問題 1 次の関数を x に関して 2 次までの導関数を求めよ .

(1) $y = \frac{e^x}{1 + e^x}$

(2) $y = (pe^x + (1 - q))^n$. ただし , n は正の整数 , $0 < p, q < 1$ とする .

(3) $y = \exp(\lambda(e^x - 1))$. ただし , $\lambda > 0$.

(4) $y = \left(\frac{1}{1 - \beta x}\right)^n$, ただし , n は正の整数 , $\beta > 0$, $x < \frac{1}{\beta}$.

(5) $y = \exp(\mu x + (1/2)\sigma^2 x^2)$. ただし , $-\infty < \mu < \infty$, $\sigma > 0$.

問題 2 つぎの関数の概形を描け .

(1) $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-x^2/2}$ (2) $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp(-(1/2)(x - 2)^2)$ (3) $\frac{1}{\sqrt{4\pi}}\exp(-x^2/4)$

問題 3 次の積分を計算せよ .

(0) $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{-x^2/2\} dx$.

(1) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1 + x^2} dx$.

(2) $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x \exp\{-x^2/2\} dx$.

(3) $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \exp\{-x^2/2\} dx$.

(4) $\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{-(x - \mu)^2/(2\sigma^2)\} dx$. ただし , $-\infty < \mu < \infty$, $\sigma > 0$.

(5) $\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{-\infty}^{\infty} x \exp\{-(x - \mu)^2/(2\sigma^2)\} dx$. ただし , $-\infty < \mu < \infty$, $\sigma > 0$.

(6) $\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 \exp\{-(x - \mu)^2/(2\sigma^2)\} dx$. ただし , $-\infty < \mu < \infty$, $\sigma > 0$.

(7) $\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\{tx\} \exp\{-(x - \mu)^2/(2\sigma^2)\} dx$.

ただし , $-\infty < \mu < \infty$, $\sigma^2 > 0$, $t \in \mathbb{R}$.

ヒント :

$$\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2} - tx = \frac{(x - \mu - \sigma^2 t)^2}{2\sigma^2} - (\mu t + \frac{1}{2}\sigma^2 t^2)$$

となることを利用する .