

## 統計解析演習の問題 (その 3)

**問題 13** 正しい硬貨を 2 回投げる試行を考える：表を  $H$ ，裏を  $T$  と書けば，

$$\Omega = \{HH, HT, TH, TT\}$$

となる  $\mathcal{F}$  は  $\Omega$  のすべての部分集合 ( $2^4$  個の事象から構成される) となる．確率変数  $X$  を表の出た回数とする：

$$X(\omega) = \begin{cases} 0, & (\omega = TT) \\ 1, & (\omega = HT, TH) \\ 2, & (\omega = HH) \end{cases}$$

である．このとき， $X$  の分布関数を求め，そのグラフを描け．

**問題 14**

$$F(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

は分布関数の条件をみたしていることを確認し，そのグラフを描け．

**問題 15** 確率変数  $X$  は分布関数

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0), \\ \frac{1}{2}x & (0 \leq x < 2), \\ 1 & (x \geq 2) \end{cases}$$

をもつとする．このとき，以下の問いに答えよ．

- (1)  $F_X(x)$  のグラフを描き，分布関数の条件をみたすことを確認せよ．
- (2)  $P_X((1/2, 3/2]) = P\left(\frac{1}{2} < X \leq \frac{3}{2}\right)$  を求めよ．

**問題 16** つぎの関数を考える：

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{x(x+1)}, & x = 1, 2, 3, \dots \\ 0, & \text{その他} \end{cases}$$

- (1)  $f_X(\cdot)$  は確率関数の条件をみたすことを示せ．
- (2) 確率変数  $X$  が確率関数  $f_X(x)$  を持つとき， $P(4 \leq X \leq 7)$  を求めよ．

問題 17

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2(1-x)}{a}, & (0 < x < 1), \\ 0, & \text{その他} \end{cases}$$

とする. ただし,  $a > 0$  とする.

- (1)  $f(x)$  が確率密度関数となるように  $a$  を定めよ.
- (2) 確率変数  $X$  が (1) で求めた確率密度関数を持つとき, その分布関数を求めよ.
- (3) 確率変数  $X$  が (1) で求めた確率密度関数を持つとき,  $P(X \leq 1/2)$  を求めよ.

問題 18  $F_X(\cdot)$  を連続型確率変数  $X$  の分布関数とし,  $f_X(\cdot)$  をその確率密度関数とし,  $x_0$  を  $F_X(x_0) < 1$  なる固定された点とする. このとき,

$$g(x) = \begin{cases} f(x)/[1 - F(x_0)] & x \geq x_0 \\ 0 & x < x_0 \end{cases}$$

は確率密度関数となることを示せ.