

統計解析演習の問題(その5)

問題 30 確率変数 X は確率密度関数

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & -1 < x < 1, \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases}$$

を持つとする.

- (i) X の分布関数を求め, そのグラフを描け.
- (ii) $\mathbb{E}[X]$ と $\mathbb{E}[X^2]$ および $\text{VAR}[X]$ を求めよ.
- (iii) $Y = X^2$ としたとき, Y の確率密度関数 $f_Y(y)$ を求めよ. さらに,

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_Y(y) dy = 1$$

を確認せよ.

- (iv) $\mathbb{E}[Y]$ を Y の確率密度関数を用いて計算せよ.

問題 31 確率変数 X は確率密度関数

$$f_X(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0, \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases}$$

を持つとする.

- (i) X の分布関数を求め, そのグラフを描け.
- (ii) $\mathbb{E}[X]$ と $\mathbb{E}[X^2]$ および $\text{VAR}[X]$ を求めよ.
- (iii) $Y = X^3$ としたとき, Y の分布関数を求めよ.
- (iv) Y の確率密度関数を (iii) で求めた分布関数を微分することで求めよ.
- (v) Y の確率密度関数を命題 1.9 を用いて求めよ.
- (vi) $Z = \log X$ としたとき, Z の分布関数を求めよ.
- (vii) Z の確率密度関数を (vi) で求めた分布関数を微分することで求めよ.
- (viii) Z の確率密度関数を命題 1.9 を用いて求めよ.
- (ix) $W = e^X$ としたとき, W の分布関数を求めよ.
- (x) W の確率密度関数を (ix) で求めた分布関数を微分することで求めよ.

(xi) W の確率密度関数を命題 1.9 を用いて求めよ .

問題 32 離散型確率変数 X は確率関数

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{6}, & x = 1, 2, 3, 4, 5, 6, \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases}$$

を持つとし , $Y = (X - 3)^2$ とおく .

(i) $\mathbb{E}[X]$ と $\mathbb{E}[X^2]$ を求めよ .

(ii) Y の確率関数 $f_Y(y)$ を求めよ . さらに

$$\sum_y f_Y(y) = 1$$

を確認せよ .

(iii) $\mathbb{E}[Y]$ を (ii) で求めた Y の確率関数を利用して求めよ .

(iv) $\mathbb{E}[Y]$ を期待値の性質と (i) で求めた X の 2 次までの積率を利用して求めよ .