

4 月 28 日出題のレポートのコメント

- 確率変数
- － 離散型確率変数と連続型確率変数はつぎのように定義します .
 - * 確率変数 X の分布関数が連続関数の時 $\Rightarrow X$ を連続型確率変数という .
 - * 確率変数 X の分布関数が階段関数の時 $\Rightarrow X$ を離散型確率変数という .
 - － $P(X = x)$ の確率について
 - * 確率変数 X が連続型ならば , すべての $x \in \mathbb{R}$ に対して , $P(X = x) = 0$.
 - * 確率変数 X が離散型確率変数ならば , ある $x \in \mathbb{R}$ において , $P(X = x) > 0$ となる .
 - － 確率関数と確率密度関数
 - * 確率変数 X が離散型確率変数ならば , $f_X(x) = P(X = x)$ を確率関数という .
 - * 確率変数 X が連続型のときは , 上記のように確率関数を定義しても無意味 . そのかわりに確率密度関数を用いる . すなわち , 任意の $a, b (a < b) \in \mathbb{R}$ 対して , 非負値関数 $f_X(x)$ が存在して ,

$$P(a < X \leq b) = \int_a^b f_X(t) dt$$

をみたせば , それを確率密度関数ということにする .

問題 15

問題 16

- － 分布関数 F_X と確率密度関数 f_X の役割を混乱している学生がいた .

$$P(a < X \leq b) = \int_a^b f_X(t) dt = F_X(b) - F_X(a)$$

であることに注意をせよ .

問題 17

- － 分布関数と確率関数を混乱している学生がいた .

- － $P(4 \leq X \leq 7)$ の計算は以下のように考えたらよい . 事象を $A = \{X \leq a\}$ と $B = \{X \leq b\}$ と定めると事象 $\{a < X \leq b\} = A^c \cap B$ となる . これと確率の性質に注意すると $P(B) = P(A \cup (B \cap A^c)) = P(A) + P(B \cap A^c)$ となる . これより

$$P(a < X \leq b) = F_X(b) - F_X(a)$$

をえる . さらに , 離散型の確率変数であることに注意すれば ,

$$P(4 \leq X \leq 7) = P(3 < X \leq 7) = P(X \leq 7) - P(X \leq 3)$$

をえる .

また，素朴に

$$\begin{aligned}P(4 \leq X \leq 7) &= P(\{X = 4\} \cup \{X = 5\} \cup \{X = 6\} \cup \{X = 7\}) \\&= P(X = 4) + P(X = 5) + P(X = 6) + P(X = 7)\end{aligned}$$

からもわかる．

- 問題 18
- － 分布関数は実数上で定義される関数である． $0 \leq x \leq 1$ の場合のみ (本質的な場分ではあるが) の $F_X(x)$ を求めたが，他の場合をわすれている学生がいた．
 - － 分布関数 F_X と確率密度関数 f_X の役割を混乱している学生がいた．

$$P(a < X \leq b) = \int_a^b f_X(t) dt = F_X(b) - F_X(a)$$

であることに注意をせよ．