

統計解析演習の問題 (その 6)

問題 28 確率変数 X と Y の同時確率関数は下のような表で与えられるとする .

$x \backslash y$	-1	0	1	4
1	0.12	0.1	0.1	0.08
2	0.1	0.1	0.05	0.04
3	0.08	0.1	0.1	0.03

(i) つぎの確率を求めよ .

- (a) $P(X > 1, Y \leq 3)$, (b) $P(X > Y)$, (c) $P(X = 1, Y < 1)$,
 (d) $P(X = 1, Y = 0)$, (e) $P(X = 3)$,

(ii) X と Y の周辺確率関数を求めよ .

(iii) X と Y は独立でないことを示せ .

問題 29 確率変数 X と Y の同時確率関数は下のような表で与えられるとする .

4	1 / 16	1 / 16	1 / 16	4 / 16
3	1 / 16	1 / 16	3 / 16	
2	1 / 16	2 / 16		
1	1 / 16			
y / x	1	2	3	4

(i) X と Y の周辺確率関数を求めよ .

(ii) XY と $X + Y$ のそれぞれの周辺確率関数を求めよ .

(iii) $\mathbb{E}[XY]$, $\mathbb{E}[X + Y]$ を計算せよ .

(iv) $\mathbb{E}[X]$, $\mathbb{E}[Y]$ を計算せよ .

(v) $X = x$ が与えられたときの Y の条件付き確率関数と求めよ .

(vi) $g(X) = \mathbb{E}[Y|X]$ を求めよ . 更に ,

$$\mathbb{E}[g(X)] = \mathbb{E}[\mathbb{E}[Y|X]] = \mathbb{E}[Y]$$

を確認せよ .

問題 30 つぎの関数が同時確率関数となるように定数 c を定め , $P(X = 1, Y > 1)$, $P(X = Y)$ を求めよ .

$$(a) \quad f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} cx, & x = 1, 2, 3; y = 1, 2, \\ 0, & \text{その他} \end{cases}$$

$$(a) \quad f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} c|x+y|, & x = -1, 0, 1, 3; y = -1, 0, 2, \\ 0, & \text{その他} \end{cases}$$

問題 31 (X, Y) の同時確率密度関数がつぎのように与えられるとする .

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} 4xy, & 0 < x < 1, 0 < y < 1, \\ 0, & \text{その他} \end{cases}$$

(i) つぎの確率を求めよ .

$$(a) P(0 < X \leq 0.2, 0.5 < Y < 0.8), \quad (b) P(X \leq Y), \quad (c) P(X = Y),$$

(ii) X と Y の周辺確率密度関数を求めよ .

問題 32 (X, Y) の同時分布関数がつぎのように与えられているとする .

$$F_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} \frac{xy(x+y)}{6}, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2, \\ \frac{x(x+2)}{3}, & 0 \leq x \leq 1, y > 2, \\ \frac{y(y+1)}{6}, & x > 1, 0 \leq y \leq 2, \\ 1, & x > 1, y > 2, \\ 0, & \text{その他} \end{cases}$$

(i) X と Y の周辺分布関数を求めよ .

(ii) (X, Y) の同時確率密度関数を求めよ .

(iii) X と Y の周辺確率密度関数を求めよ .

問題 33 (X, Y) の同時分布関数がつぎのように与えられているとする .

$$F_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} \frac{cxy}{(1+x)(1+2y)}, & x \geq 0, y \geq 0, \\ 0, & \text{その他} \end{cases}$$

ただし, c は非負の定数とする .

(i) c を求めよ .

(ii) X と Y の周辺分布関数を求めよ .

(iii) (X, Y) の同時確率密度関数を求めよ .

(iv) X と Y の周辺確率密度関数を求めよ .