

情報統計学の問題(その1)

問題 1 母集団分布がそれぞれつぎの場合について標本の大きさが n のランダム標本の同時確率密度関数または同時確率関数を書け .

- (1) 母数 $p (0 < p < 1)$ のベルヌーイ分布
- (2) 母数 $\lambda (\lambda > 0)$ のポアソン分布
- (3) 区間 (a, b) 上の一様分布 . ただし , $a < b$ である .
- (4) 平均 μ , 分散 $\sigma^2 (< \sigma < \infty)$ の正規分布 .
- (5) 母数 $\lambda (\lambda > 0)$ の指数分布

問題 2 X_1, X_2, \dots, X_n は確率密度関数

$$f(x|\theta) = \theta x^{\theta-1}, \quad 0 < x < 1, \quad 0 < \theta < \infty$$

からの大きさ n のランダム標本とする .

- (1) $X_1 = x_1, \dots, X_n = x_n$ を観測したときの尤度関数を述べよ .
- (2) θ の最尤推定量を求めよ . さらに , $\tau = \theta^{-1}$ の最尤推定量は

$$\hat{\tau}_n = -\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log X_i$$

で与えられることを示せ .