

情報統計学の問題(その2)

**問題 1** 確率変数  $X$  を確率関数

$$f(x|\theta) = \left(\frac{\theta}{2}\right)^{|x|} (1-\theta)^{1-|x|}, \quad x = -1, 0, 1$$

からの標本の大きさが 1 のランダム標本とする。ただし,  $0 < \theta < 1$  とする。ふたつの統計量

$$S = S(X) = |X|, \quad T = T(X) = \begin{cases} 2, & (X = 1) \\ 0, & \text{その他} \end{cases}$$

を考える。

- (1)  $S$  の確率分布および  $S$  が与えられたときの  $X$  の条件付確率分布を求め,  $S$  は  $\theta$  の十分統計量かどうかを調べよ。
- (2)  $S$  は  $\theta$  の不偏推定量かどうかを調べよ。
- (3)  $T$  は  $\theta$  の不偏推定量かどうかを調べよ。

**問題 2**  $X_1, X_2, \dots, X_n$  を確率密度関数

$$f(x; \theta) = \frac{1}{\sigma} \exp\{-(x - \mu)/\sigma\} I_{(\mu, \infty)}(x)$$

をもつ分布からのランダム標本とする。ただし,  $-\infty < \mu < \infty, \sigma > 0$  である。

- (1)  $\mathbb{E}(X - \mu)$  と  $\text{VAR}(X)$  を求めよ。
- (2)  $\mu$  は既知として,  $\sigma$  の最尤推定量が  $\bar{X} - \mu$  で与えられることを示せ。さらに,  $\sigma^2$  の最尤推定量が  $(\bar{X} - \mu)^2$  で与えられることを示せ。ただし,  $\bar{X} = \sum X_i/n$  である。