

情報統計学の問題 (その 4)

問題 1 \bar{X}_n を標本平均 (連続型確率変数) とし, $E[\bar{X}_n] = \mu$, $a > 0$ は定数としたとき, つぎの確率を求めよ

(1) 定数 $0 < \gamma < 1$ に対して, $P(\mu - a \leq \bar{X}_n \leq \mu + a) = \gamma$ のとき, 確率

$$P(\bar{X}_n - a \leq \mu \leq \bar{X}_n + a)$$

を求めよ. 答えだけでなく, 途中の論理も書くこと.

(2) $P(\bar{X}_n > \mu + a) = P(\bar{X}_n < \mu - a) = \gamma/2$ としたとき, 確率

$$P(\bar{X}_n - a \leq \mu \leq \bar{X}_n + a)$$

を求めよ. 答えだけでなく, 途中の論理も書くこと.

問題 2 X_1, X_2, \dots, X_{12} は正規分布 $N(\mu, 10^2)$ からのランダム標本とする.

(1) $\bar{X}_{12} = (1/12)(X_1 + \dots + X_{12})$ としたとき, \bar{X}_{12} の期待値と分散を計算することにより, \bar{X}_{12} の分布を述べよ.

(2) $a > 0, b$ を定数とし, $Z = a\bar{X}_{12} + b$ としたとき, Z の分布が標準正規分布になるように定数 a, b を定めよ.

(3) $P(Z > 1.65) = 0.05$ であることを用いて, 信頼係数 90% の μ の信頼区間を構成せよ.