

情報統計学の問題 (その 2)

問題 1 確率変数 X は母数 θ ($0 < \theta < 1$) のベルヌーイ試行に従うとする.

$$\mathbb{P}_\theta(X = x) = f_X(x|\theta) = \begin{cases} \theta & (x = 1), \\ 1 - \theta & (x = 0), \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases}$$

このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1) 推定量 $t_1 = t_1(X) = X$ は θ の不偏推定量か?
- (2) 推定量 t_1 の $\text{MSE}(\theta, t_1) = \mathbb{E}_\theta[(t_1(X) - \theta)^2]$ を求めよ. また, θ を横軸, MSE を縦軸としてグラフを描け.
- (3) 推定量 $t_2 = t_2(X) = \frac{1}{2}X + \frac{1}{4}$ は θ の不偏推定量か?
- (4) 推定量 t_2 の $\text{MSE}(\theta, t_2) = \mathbb{E}_\theta[(t_2(X) - \theta)^2]$ を求めよ. また, (2) のグラフに $\text{MSE}(t_2, \theta)$ を描け.