

情報統計学の問題(その4)

問題 1 X_1, X_2, \dots, X_n は確率密度関数

$$f(x|\theta) = \theta x^{\theta-1}, \quad 0 < x < 1, \quad 0 < \theta < \infty \quad (*)$$

からの大きさ n のランダム標本とする .

- (1) $X_1 = x_1, \dots, X_n = x_n$ を観測したのときの尤度関数を述べよ .
- (2) θ の最尤推定量を求めよ . さらに , $\tau = \theta^{-1}$ の最尤推定量は

$$\hat{\tau}_n = -\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log X_i$$

で与えられることを示せ .

- (3) 確率変数 X が確率密度関数 (*) を持つ分布に従うとき , X と $T = -\theta \log X$ の分布関数を求めよ . さらに , T の積率母関数 $M_T(r)$ を求めよ .
- (4) $\hat{\tau}_n$ は τ の不偏推定量であることを示した上でその分散を求めよ .
- (5) $\hat{\tau}_n$ は τ の一様最小分散不偏推定量であることを示せ .