9 標本分布

9.1 χ^2 分布

まず，始めに擬似乱数により作成された確率密度関数と確率密度関数から作図したグラフの比較をする．

```
>
> ### x 座標の数値を代入する
>
> bb<-seq(-4000,4000)/1000
>
>  ## 標準正規分布の確率密度関数を作図する．ただし，横軸は -4 から 4 と指定．
>
> plot(bb,dnorm(bb),xlim=c(-4,4),type="l")
>
> ### plot のコマンドで重ねがきをするためのコマンド
>  par(new=T)
>
> ### 標準正規分布に従う擬似乱数を 1000 個発生される．
>
> b<-rnorm(1000,0,1)
>
> ### 擬似乱数 1000 個 により確率密度関数を推定する．ただし，横軸は -4 から 4 と> ### 指
定．こうすると軸の座標がずれない．
>
> plot(density(b),xlim=c(-4,4))
>
> ### 標準正規分布に従う擬似乱数を 10000 個発生される．
>
> b<-rnorm(10000,0,1)
> ### plot のコマンドで重ねがきをするためのコマンド
>
>  par(new=T)
>
>### 擬似乱数 10000 個 により確率密度関数を推定する．
> plot(density(b),xlim=c(-4,4))
>
```

自由度 n の χ^2 分布の密度関数の作図

```
> pp<-c(1:10000)/1000
>
> 自由度 2 の chi^2 分布の密度関数の作図
>
> plot(pp,dchisq(pp,1,ncp=0,log=F),type="l")
>
> 自由度 2 の chi^2 分布の密度関数の作図
>
> plot(pp,dchisq(pp,2,ncp=0,log=F),type="l")
>
> 自由度 3 の chi^2 分布の密度関数の作図
>
> points(pp,dchisq(pp,3,ncp=0,log=F),type="l")
>
> 自由度 5 の chi^2 分布の密度関数の作図
>
> points(pp,dchisq(pp,5,ncp=0,log=F),type="l")
```

```
>
> 自由度 1 の chi^2 分布の密度関数の作図
>
> points(pp,dchisq(pp,1,ncp=0,log=F),type="l")
>
```

確率変数 Z が標準正規分布にしたがっているとき,

$$Y = Z^2$$

の分布は自由度 1 の χ^2 分布となる.

```
> # 1000 個の標準正規分布の擬似乱数を発生
>
> n.01<-c(rnorm(1000,0,1))
>
> # ヒストグラムを書く
>
> hist(n.01,freq=F)
>
> # その密度関数をプロット
>
> points(density(n.01),type="l")
>
> Z ^2 の擬似乱数を 1000 個作成
>
> chi<-n.01**2
>
>
> # ヒストグラムを書く
>
>
> # その密度関数をプロット
>
> hist(chi,freq=F)
> points(density(chi),type="l")
>
```

つぎに自由度 2 および n の χ^2 分布の擬似乱数を作成しよう.

```
> n1<-c(rnorm(10000,0,1))
> n2<-c(rnorm(10000,0,1))
> chi<-n1**2+n2**2
> hist(chi,freq=F)
> points(density(chi),type="l")
>
> chi<-rep(0,10000)
> for (i in 1:5){
+ n1<-c(rnorm(10000,0,1))
+ chi<-chi+n1**2
+ }
> hist(chi,freq=F)
> points(density(chi),type="l")
>
>
```

つぎに適当な自由度の χ^2 分布の確率密度関数のグラフと擬似乱数による確率密度関数を推定したグラフを同時に書くプログラムである.

```
## degree of freedom
n<-3
## number of reputation
num.rep<-10000
### カイ自乗分布の擬似乱数をいれる object
chi.sq<-rep(0,num.rep)
### 標準正規分布に従う擬似乱数を 2 乗して足す
for (i in 1:n){
  bb<-rnorm(num.rep,0,1)
  chi.sq<-chi.sq+bb**2
}
### 確率密度関数のグラフのための $ x $ 軸の値
pp<-c(1:12000)/1000
### 確率密度関数のグラフを描く. ただし, 横軸と縦軸の値を指定.
plot(pp,dchisq(pp,n,ncp=0,log=F),type="l",xlim=c(0,12),ylim=c(0,0.4))
### 重ねがきのコマンド
par(new=T)
### 擬似乱数による確率密度関数を推定したグラフを描く
plot(density(chi.sq),xlim=c(0,12),ylim=c(0,0.4))
```

演習 13　適当な自由度の χ^2 分布の擬似乱数のヒストグラムと χ^2 分布の確率密度関数のグラフを作成せよ.

9.2　t 分布

自由度 n の t 分布の密度関数の作図

```
> # 自由度 100 の t 分布
>
> plot(pp,dt(pp,100,log=F),type="l")
>
> # 自由度 1 の t 分布
>
> points(pp,dt(pp,1,log=F),type="l")
>
> # 自由度 10 の t 分布の擬似乱数を作成
>
> u<-c(rnorm(10000,0,1))
> v<-0
>
> for (i in 1:10){
+ y<-c(rnorm(10000,0,1))
+ v<-v+y**2
+ }
>
> t<-c(u/sqrt(v/10))
> # ヒストグラムを作成
>
> hist(t,freq=F)
> points(density(x),type="l")
> points(density(t),type="l")
> plot(density(t),type="l")
>
> # ヒストグラムに標準正規分布の確率密度関数を書き入れる
>
> pp<-c(-5000:5000)/1000
> hist(t,freq=F,ylim=c(0,0.5))
```

```
> points(pp,dnorm(pp,0,1),type="l")
>
```

演習 14　t 分布の自由度を大きくして，標準正規分布にヒストグラムが近づいていくことを確認せよ．
自由度が小さいと 0 からはずれた大きな（小さな）値がでるので，ヒストグラムの作図がうまくいかない！

9.3　F 分布

確率変数 X が自由度 m の χ^2 分布に従い，Y が自由度 n の χ^2 分布に従い，X と Y は独立であれば，

$$F = \frac{X/m}{Y/n}$$

は自由度 (m, n) の F 分布に従う．

```
> pp<-c(0:1000)/100
>
> # 自由度 $ (1, 1) $ の $ F $ 分布の確率密度関数の作図
>
> plot(pp,df(pp,1,1),type="l")
>
> # 自由度 $ (2, 1) $ の $ F $ 分布の確率密度関数の作図
>
> plot(pp,df(pp,2,1),type="l")
>
>
> # 自由度 $ (8, 10) $ の $ F $ 分布の確率密度関数の作図
>
> plot(pp,df(pp,8,10),type="l")
>
> # 自由度 $ (8, 10) $ の $ F $ 分布の擬似乱数のヒストグラムと確率密度関数の作図
>
> pp<-c(0:1000)/100
>
>
> # 自由度 8 の \chi^2 分布の擬似乱数の 10000 個作る
>
> u<-0
> for (i in 1:8){
+ y<-c(rnorm(10000,0,1))
+ u<-u+y**2
+ }
>
> # 自由度 10 の \chi^2 分布の擬似乱数の 10000 個作る
>
> v<-0
> for (i in 1:10){
+ y<-c(rnorm(10000,0,1))
+ v<-v+y**2
+ }
>
> # 自由度（8, 10 ） の F 分布の擬似乱数の 10000 個作る
>
> f1<-c((u/8)/(v/10))
>
> # 自由度（8, 10 ） の F 分布の擬似乱数の 10000 個のヒストグラムを作図
>
```

```
> hist(f1,freq=F)
> points(pp,df(pp,8,10),type="l")
> hist(f1,freq=F,ylim=c(0,0.7))
> points(pp,df(pp,8,10),type="l")
>
```

演習 15　適当な自由度の F 分布の確率密度関数を作図せよ.

演習 16　標準正規分布の擬似乱数から適当な自由度の F 分布の擬似乱数を作成し，ヒストグラム (確率密度関数を推定したグラフ) とその確率密度関数を作図したものを作れ.