

# 確率統計と情報処理・演習 (2015 年度後期)

## 1 変量データ分析

2015 年 09 月 25 日

日本女子大学理学部数物科学科 今野 良彦

August 13, 2015

今野 良彦

確率統計と情報処理・演習 (2015 年度後期)

## 今日の講義の目的と概要

### 目的

(1) データが入力されたら、とりあえずデータにどんな値がどれくらいあるかを調べる。この様子をあらわしたものを「分布」という。表現法として、度数分布表や図 (ヒストグラム) がある。

(2) 分布を説明するために、分布の中央あたりの値を「分布の中心」として「分布の代表値」とする。

(3) つぎに、データのばらつきを表現する尺度を議論する。

1

今野 良彦

確率統計と情報処理・演習 (2015 年度後期)

## 今日の講義の目的と概要

### 目的

(1) データが入力されたら、とりあえずデータにどんな値がどれくらいあるかを調べる。この様子をあらわしたものを「分布」という。表現法として、度数分布表や図 (ヒストグラム) がある。

(2) 分布を説明するために、分布の中央あたりの値を「分布の中心」として「分布の代表値」とする。— 平均値と中央値。さらに、最小値と最大値、ボックスプロット (箱ひげ図)

(3) つぎに、データのばらつきを表現する尺度を議論する。— 分散と標準偏差、平均偏差、範囲、四分位範囲<sup>しぶんい</sup>

2

今野 良彦

確率統計と情報処理・演習 (2015 年度後期)

## ヒストグラム

- 単峰型
  - 峰を中心に左右対称のもの
  - 左に偏ったもの (下段左) — 山の裾の部分に注目している!
  - 右に偏ったもの (下段右)
- 双峰型・多峰型 — 異種のデータが混在している場合が多い。

3

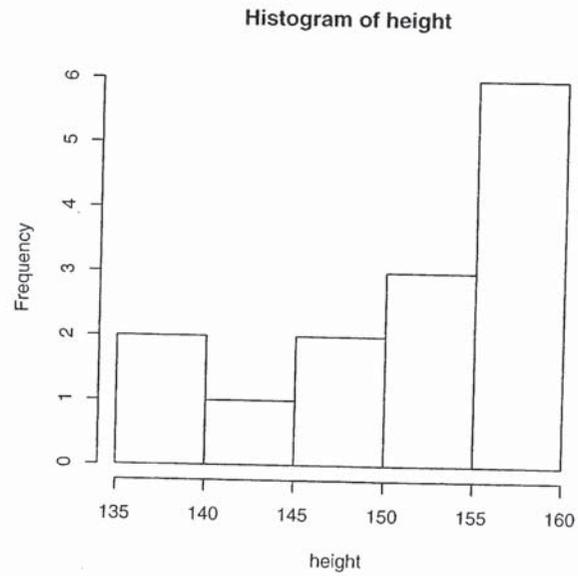


図 3.1 データ height のヒストグラム

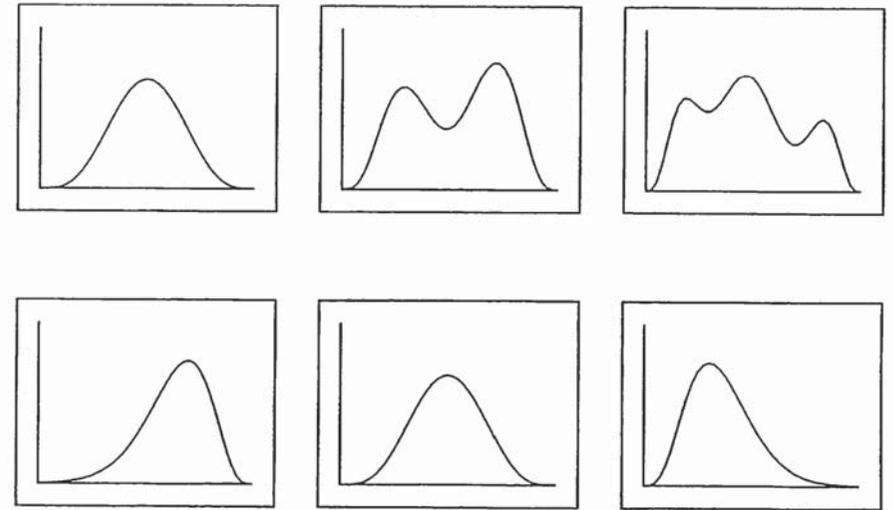


図 3.2 様々な分布形状

第 3 章 1 変量データの分析

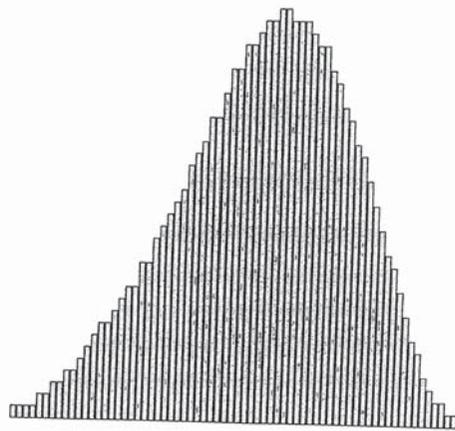


図 3.3 共通一次試験の総合得点の分布 (昭和 55 年)

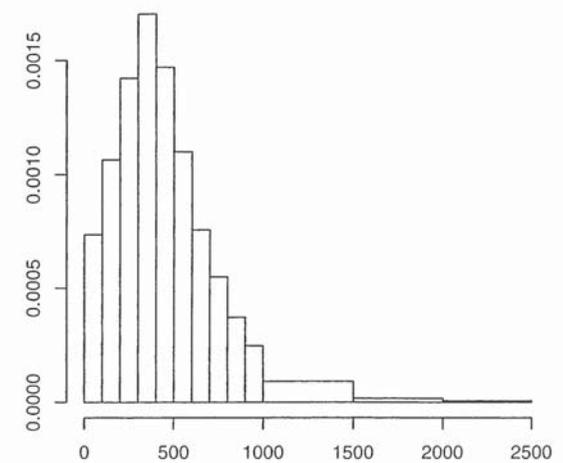


図 3.4 民間給与実態統計調査 (平成 9 年) より

## ヒストグラムの作成

### ヒストグラムの作成

```
> a<-rnorm(100,10,10)
> hist(a)
> a<-round(rnorm(50,10,20))
> a
 [1]  -1  39  -4 -13  -2  40 -17  1  20  14
 [11]  3  27  6  47  47 -23  6  -8  -5  16
 [21] -17  -5  15  6  0  0  33 -16  23 -39
 [31] 29  22  7 -10 26  16 -10 13  -1  -1
 [41] 42 -23  -4  9  18 -34  14  13  -4  0
> hist(a)
```

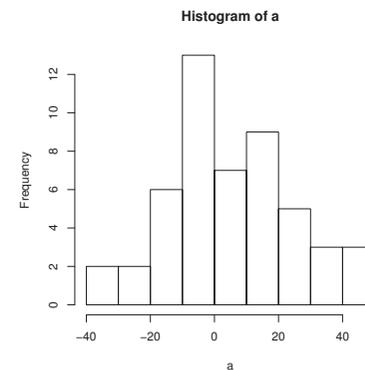


Figure 1: 作成されたヒストグラム

### ヒストグラムの作成

```
> # コマンド hist のオプションを調べる
> ?hist
> # 割合で表示
> hist(a,freq=F)
>
```

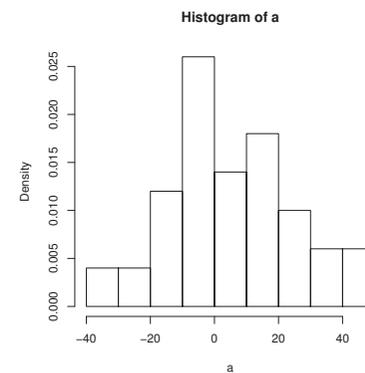


Figure 2: 作成されたヒストグラム

## 問題 1

- 以下のようにデータを発生させ、そのヒストグラムを作成し、そこからわかることを述べよ。

———— ヒストグラムの作成 ————

```
>
> a1<-round(rnorm(500,0,1))*5+あなたの誕生日
> a2<-round(rt(50,10)*5)+あなたの誕生日
>
```

オブジェクト a1 と a2 のヒストグラムを作成し、それを pdf file で保存する。ファイル名は 学籍番号-a1.pdf と 学籍番号-a2.pdf とせよ。さらに、ファイル 学籍番号-名前-締め切り.txt

(例：21416\*\*\*-目白花子-2015-10-02.txt)

締め切り：2015 年 10 月 02 日 (金) 13 時

## 代表値 — 平均値と中央値

$n$  個のデータの値を

$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

とする。

平均値

$$\bar{x}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

中央値

$x_1, x_2, \dots, x_n$  を昇順に並び替えたものを  $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}$  としたとき、

$$Me = \begin{cases} x_{(\frac{n+1}{2})} & n \text{ が奇数} \\ \frac{x_{(n/2)} + x_{(n/2+1)}}{2} & n \text{ が偶数} \end{cases}$$

たとえば、 $x_1 = 20, x_2 = 10, x_3 = 0$  のとき、

$$x_{(1)} = 0, x_{(2)} = 10, x_{(3)} = 20$$

となる。したがって、 $n = 3$  は奇数だから

$$Me = x_{(2)} = 10$$

また、たとえば、 $x_1 = 20, x_2 = 10, x_3 = 0, x_4 = 30$  のとき、

$$x_{(1)} = 0, x_{(2)} = 10, x_{(3)} = 20, x_{(4)} = 30$$

となる。したがって、 $n = 4$  は偶数だから

$$Me = \frac{x_{(2)} + x_{(3)}}{2} = \frac{10 + 20}{2} = 15$$

## 平均値の意味

$g(a) := \sum_{i=1}^n (x_i - a)^2$  とおく。このとき、 $g(a)$  を最小にする  $a$  の値は何か？

$$\begin{aligned} g(a) &= \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n + \bar{x}_n - a)^2 \\ &= \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^2 + \sum_{i=1}^n (\bar{x}_n - a)^2 - 2(a - \bar{x}_n) \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n) \\ &= \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^2 + \sum_{i=1}^n (\bar{x}_n - a)^2 \geq \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^2 \end{aligned}$$

よって、 $a = \bar{x}_n$  で最小。

## 絶対偏差

では,

$$f(a) := \sum_{i=1}^n |x_i - a|$$

とおく. このとき,  $f(a)$  を最小にする  $a$  の値は統計的意味をもつか?

すなわち, 分布の位置を表す代表値として用いることができるか?

答えは Yes! しかし, 明示的な表現はできない!

## 平均値と中央値の違い

★ 平均値と中央値が近い場合 → 概ねその値を中心として左右対称であることが多い.

★ 平均値と中央値が離れている場合 → 対称性が崩れて右ないし左に歪んでいるか, 離れた「外れ値」があることがおおい.

注意: ヒストグラムなどで確認できること!

垂水共之・飯塚誠也 著「R/S-PLUSによる統計解析入門」(共立出版, 2006年4月25日のサポートのページ

<http://www.mikawaya.to/appstat/>

の `boxplot_interactive.r` を使い説明せよ!

## 最大値と最小値

$n$  個のデータの値を

$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

としたとき,

$$x_{(1)} : \text{最小値}, \quad x_{(n)} : \text{最大値}$$

—— 最大値と最小値 ——

```
> height
[1] 166 154 165 169 155 158 168 154 162 153
> min(height)
[1] 153
> max(height)
[1] 169
>
```

## 箱ひげ図 (ボックスプロット)

もとのデータ  $x_1, x_2, \dots, x_n$  を並び替えたものを

$$x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}$$

とする.

- 第1四分位点 — データの下から  $n/4$  個の値
- 中央値 (第2四分位点) — データの下から  $n/2$  個の値
- 第3四分位点 — データの下から  $3n/4$  個の値

## summary と boxplot.stats

```

> x<-1:12
> summary(x)
   Min. 1st Qu.  Median    Mean 3rd Qu.    Max.
   1.00   3.75   6.50   6.50   9.25   12.00
>
#
> boxplot.stats(x)
$stats
[1] 1.0 3.5 6.5 9.5 12.0
$n
[1] 12
$conf
[1] 3.76336 9.23664
$out
numeric(0)
# stats のみを出力
> boxplot.stats(x)$stats
[1] 1.0 3.5 6.5 9.5 12.0
> boxplot.stats(x)$conf
NULL
> boxplot.stats(x)$out
[1] 3.76336 9.23664

```

17

## boxplot: 箱ひげ図の出力

```

> x<-1:12
> boxplot(x)
>

```

18

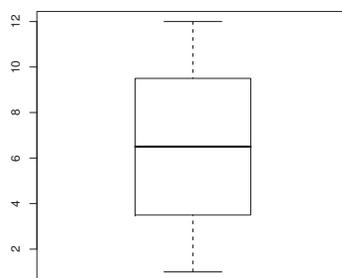


Figure 3: 箱ひげ図

19

## ばらつきの尺度：分散と標準偏差

## 2つのデータの比較

```

> height
[1] 148 160 159 153 151 140 156 137 149 160 151 157 157 144
> height2
[1] 138 162 158 151 145 134 160 137 151 163 152 163 158 147
> mean(height)
[1] 151.5714
> mean(height2)
[1] 151.3571
> median(height)
[1] 152
> median(height2)
[1] 151.5
> boxplot(height,height2,names=c("height","height2"))

```

20

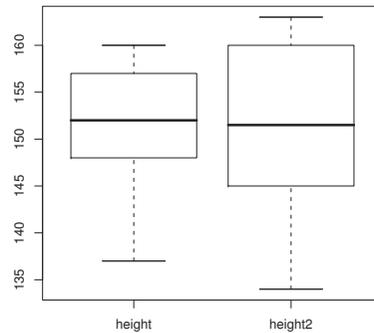


Figure 4: 2つの箱ひげ図

代表値 (分布の位置) は似ているが, 値のばらつき具合が違う!

- 範囲 — `diff(range(x))`

$$x_{(n)} - x_{(1)}$$

- 四分位範囲 — `diff(quantile(x,c(0.25,0.75),names=F))`

$$x_{(3n/4)} - x_{(n/4)}$$

- 平均偏差 — `sum(abs(x-mean(x)))/length(x)`

$$(1/n) \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}_n|$$

- 分散 — `var(x)` または

$$\text{sum}((x-\text{mean}(x))^2)/(\text{length}(x)-1)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^2}{(n-1)}$$

- 標準偏差 — `sd(x)` または

$$\text{sqrt}(\text{sum}((x-\text{mean}(x))^2)/(\text{length}(x)-1))$$

これらの値は大きいほどばらつく!

## 問題2

`co2` と入力すると Mauna Loa Atmospheric での 1959 年から 1997 年までの毎月の  $\text{CO}_2$  の濃度のデータが利用できる.

```
> cc<-seq(1,length(co2),by=12)
> cc
[1] 1 13 25 37 49 61 73 85 97 109 121 133 145 157 169 181 193 205 217
[20] 229 241 253 265 277 289 301 313 325 337 349 361 373 385 397 409 421 433 445
[39] 457
> apr<-co2[cc+(あなたの誕生日マイナス1を入力)]
>
> apr<-co2[cc+3]
> apr
[1] 317.56 318.87 319.31 320.42 321.22 321.40 321.97 323.54 324.25 324.86 326.50
[12] 327.97 327.62 329.56 331.33 332.48 333.14 334.41 335.90 337.59 338.71 340.60
[23] 342.33 343.39 344.77 346.88 348.17 349.37 350.80 353.41 355.26 356.04 358.48
[34] 359.07 359.41 361.25 363.48 364.76 366.40
>
```

(1) 誕生月のデータの平均と中央値を求めよ.

(2) 箱ひげ図を作成せよ.

(3) 範囲, 四分位範囲, 平均偏差, 分散, 標準偏差を求めよ.

テキストファイルに実行文と結果を貼り付け, 箱ひげ図は pdf file (学籍番号-boxplot.pdf) で添付すること.

テキストファイル: 21416\*\*\*-目白花子-2015-10-02.txt

締め切り: 2015 年 10 月 02 日 (金) 13 時