……1.3……

期待値

定義 1.11　X を確率変数とし，g を実数値関数とする．このとき，$\int_{-\infty}^{\infty} |g(x)| f_X(x)\,dx < \infty$(X が連続型) もしくは $\sum_x |g(x)| f_X(x) < \infty$(X が離散型) が満たされるとき，$g(X)$ の期待値は存在するといい，$g(X)$ の期待値を

$$\mathbb{E}[g(X)] = \begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} g(x) f_X(x)\,dx & X \text{ が連続型} \\ \sum_x g(x) f_X(x) & X \text{ が離散型} \end{cases}$$

で定義する．

期待値の基本的な性質

(i) $\mathbb{E}[ag_1(X) + a_2 g_2(X)] = a_1 \mathbb{E}[g_1(X)] + a_2 \mathbb{E}[g_2(X)]$．ただし，$a_1, a_2$ は定数.
(ii) すべての x に対し，$g(x) \geq 0$ ならば，$\mathbb{E}[g(X)] \geq 0$
(iii) すべての x に対し，$g_1(x) \geq g_2(x)$ ならば，$\mathbb{E}[g_1(X)] \geq \mathbb{E}[g_2(X)]$
(iv) すべての x に対し，$a_1 \leq g(x) \leq a_2$ ならば，$a_1 \leq \mathbb{E}[g(X)] \leq a_2$.